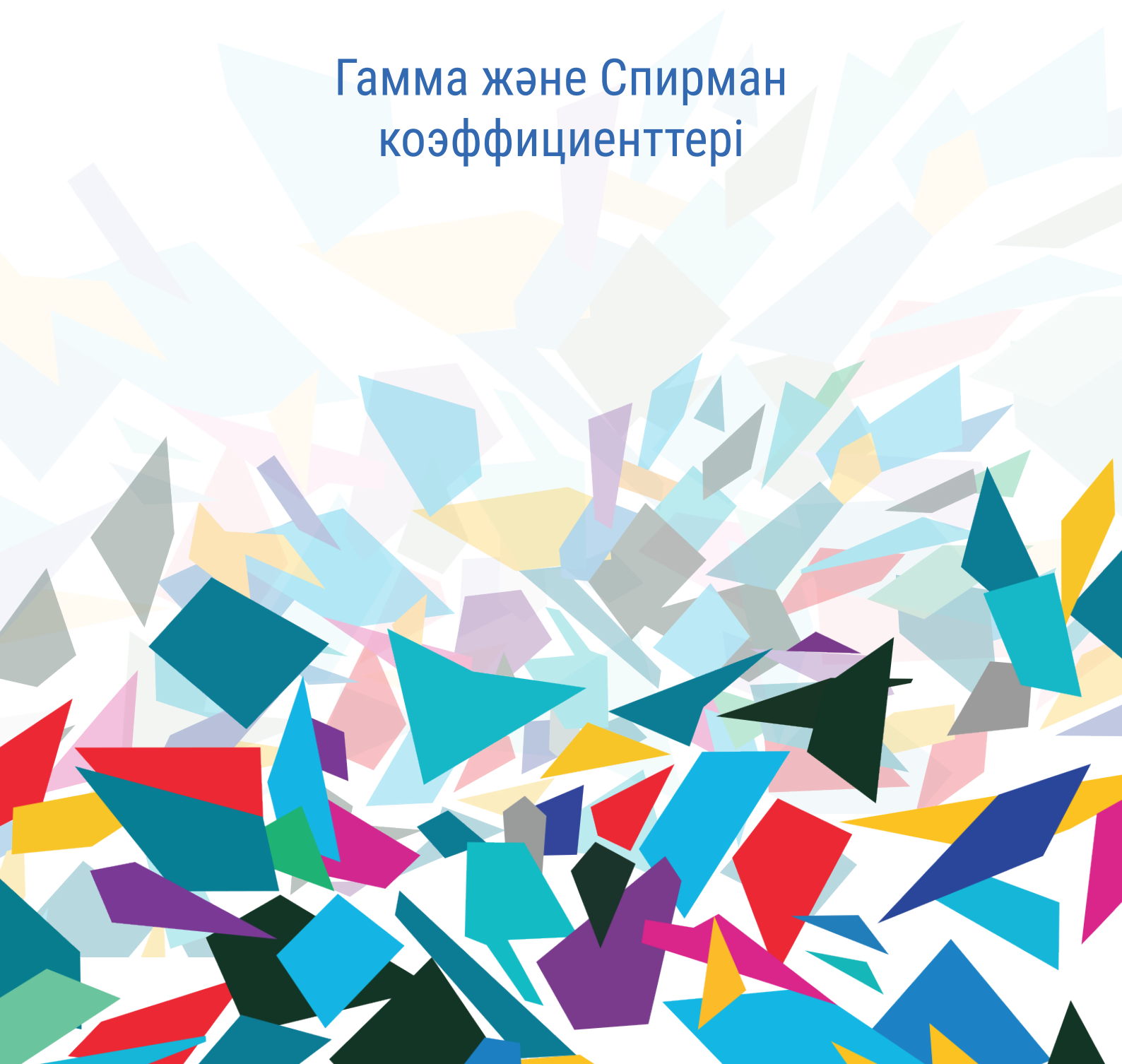




# СТАТИСТИКА НЕГІЗДЕРІ

Гамма және Спирман  
коэффициенттері





Реттік деңгейдегі айнымалылардың екі түрі бар. Кейбіреулерінің аздаған (бес-алты) ғана балдары бар, сондықтан біз оларды күйрелген реттік айнымалылар ретінде қарастырамыз. Осы айнымалыларды пайдалануға арналған бірқатар ассоциацияның өлшемдері бар, бірақ олардың бәрін қамтуға тырыспай, гамма (G) деп аталатын статистикаға назар аударамыз.

Реттік айнымалылардың басқа түрі көптеген мүмкін баллдарға ие және интервалды-арақашықтықты деңгейдегі айнымалыларды еске салады. Бұларды үздіксіз реттік айнымалы деп атаймыз. Көптеген әртүрлі элементтермен қарым-қатынасты өлшейтін шкала бұл айнымалы түрді шығара алады. Біз Спирманның rho (rs) қарастырамыз, ол осы түрдегі айнымалылардың арасындағы ассоциацияны өлшеу үшін жасалған, ол келесі секцияда.

Ассоциацияның реттік деңгейдегі өлшемдері лямбда мен V Крамер-дан гөрі әлдеқайда күрделі, бірақ олар бұрынғыша бивариативті ассоциация туралы үш негізгі мәселені шешетінін есте сақтау маңызды:

1. Айнымалылар ассоциациялы ма?
2. Ассоциация қаншалықты күшті?
3. Ассоциацияның бағыты қандай?

## Гамма

Гамма лямбда үшін енгізілген қателіктердің пропорционалдық төмендеуін (PRE) логикасымен түсіндіреді. Гамма мәні, пайызбен көрсетілген кезде, бір айнымалы туралы білу басқа айнымалыны болжау қабілетімізді жақсартады.

Гамма мен лямбда арасында екі маңызды айырмашылық бар. Біріншіден, реттік деңгейдегі айнымалы мәндерде ранг бар және олар жоғарыдан төменге қарай ранктеледі. Осылайша, гамма бізге қарым-қатынастың күшіне қосымша, оң немесе теріс болатын бағыты туралы айтады.

Екіншіден, гаммамен, PRE логикасы екі айнымалыдағы кейстер жұбының тәртібінің ранктерін салыстыруға негізделеді. Егер кейс бір айнымалы бойынша басқа кейстен жоғары ранктелетін болса, онда ол басқа айнымалыда да жоғары ранктелетін болып табыла ма? Гамма әртүрлі тәртіпте (Nd) ранктелген кейстердің санымен бірге айнымалылардың (Ns) бірдей тәртіппен орындалған жұптар санын салыстырады.

## Гамманы есептеу

Кез келген мөлшердегі кестелерге арналған гамманы есептеу бойынша нұсқаулар ретінде «Рет ретімен орында» боксын қараңыз. Есептеу әдісін көрсету үшін 22 кестесін қолданамыз. Үлкен кестелер қосымша есептеу қадамдарын қажет етеді, бірақ сол логикаға бағынады.

Мысалы, зерттеушіні бастауыш сынып мұғалімдерінің арасында «қажу» (яғни, деморализация және шалдығу) себептеріне қатысты ой толғандырды және оны қажу (Y) мен қызмет көрсету жылдары (X) арасында байланыс бар ма екен деген сұрақ қызықтырды? 11,11-кестеде 100 мұғалімнің жалған жиынтығы үшін «қызмет ету ұзақтығы» және «қажу» арасындағы байланыс бар екенін көрсетеді.

Осы кестеде кейстегі қанша жұптар бірдей тәртіпте ранктелген? Мысалы, Джонс мырза көп ынтагерлігімен белсенді (қажуы бойынша төмен балл, Y) жаңа мұғалім (қызмет көрсету жылдары төмен балл, X) делік. Ол 11,11-кестенің жоғарғы сол жақ ұяшығына орналастырылады.

Енді Келли ханымды қарастырайық, ол өз мансабының аяқталуына жақындады (жоғары балл, X) және өте қатты қажыған (Y жоғары балл) делік. Ол төменгі оң жақ ұяшықта орналастырылған.

Егер біз осы екі адаммен бірге жұптық кейсті жасасақ, олар екі айнымалы бойынша да бірдей тәртіппен ранктелетін еді: X-та, Келли ханым (ол көп жылдар бойы оқытқан) Джонс мырзаға қарағанда жоғарырақ ранкте болады және Y-те де, мұнда да ол жоғары ранкте (ол көбірек қажыған). Іс жүзінде «жоғарғы сол жақ ұяшық пен төменгі оң жақ ұяшықтың арасында пайда болған кез-келген жұп Ns-ке үлес қосады. Осылайша, 2 x 2 кестедегі айнымалы мәндердің екеуінде де бірдей ранктелген кейс жұптарының барлық мәнін табу үшін жоғарғы сол жақ ұяшықтағы кейстердің санын төменгі оң жақ ұяшықтағы кейстер санына көбейтіңіз. 11,11-кесте үшін,

$$N_s = (25) = 800$$

11,11-кесте Қызмет көрсету жылдарына қарай қажу (жалған дерек)

Қызмет көрсету жылдары
------------------------



Қажу (Y)	Төмен	Жоғары	Барлығы
Төмен	25 (52,1%)	20 (38,5%)	45 (45,0%)
Жоғары	23 (47,9%)	32 (61,5%)	55 (55,0%)
Барлығы	48 (100%)	52 (100%)	100 (100%)

Әр түрлі тәртіпте ранктелген кейстер туралы не айтасыз? Гордон мырзаны елестетіңіз, ол көптеген жылдар бойғы тәжірибесі бар (X бойынша жоғары ранкте) оқытушы және ол жұмысқа деген ынта-жігерін жоғалтпаған (Y бойынша төмен ранкте). Ол 11,11-кестенің жоғарғы оң жақ ұяшығына орналастырылады.

Ақырында, жаңадан келген мұғалім Гриффин ханымды (ол X бойынша төмен ранкте) қарастырыңыз, ол оқытушылыққа деген қызығушылығын әлден жоғалтқан (Y бойынша жоғары ранкте). Ол кестенің төменгі сол ұяшығында орналастырылады және егер біз осы екі кейстен жұп жасасақ, онда олар айнымалыларда әр түрлі ранктелетін болады. X бойынша Гордон мырза Гриффин ханымнан жоғарырақ ранкте болады, себебі ол ұзақ уақыт сабақ берген, алайда, Y бойынша Гриффин ханым жоғары ранкте тұрады, себебі ол әлден көбірек жалығып қажып кеткен.

Жоғарғы оң жақ ұяшық пен төменгі сол жақ ұяшықтың арасында қалыптасқан кез-келген кейстер жұбы Nd-ға үлес қосады, ол әр түрлі ранктелген кейс жұптарының барлық сандық мәні болады.  $2 \times 2$  кестесінің барлық Nd табу үшін, жоғарғы оң жақ ұяшықтағы кейстердің санын төменгі сол жақ ұяшықтағы кейстер санына көбейтіңіз. 11,11-кесте үшін,

$$Nd = (20)(23) = 460$$

### Гамма үшін формула

11,4-формула

$$G = \frac{N_s - N_d}{N_s + N_d}$$

Мұнда  $N_s$  = айнымалылардың екеуінде де бірдей тәртіпте ранктелеген кейстер жұптарының жалпы саны

$N_d$  = айнымалылардың екеуінде де әртүрлі тәртіпте ранктелеген кейстер жұптарының жалпы саны

11,11-ші кесте үшін гамма болады

$$G = \frac{N_s - N_d}{N_s + N_d}$$

$$G = \frac{800 - 460}{800 + 460}$$

$$G = \frac{340}{1260}$$

$$G = +0,27$$

### Гамманы интерпретациялау

Естеріңізде болсын, гамма - бұл реттік өлшем және ол екі түрлі нәрсе туралы айтады: ассоциация күші мен оның бағыты. Біз оларды жеке-жеке қарастырамыз.

Ассоциация күші тұрғысынан гамма +0,27-ге тең (0,27 100), бір айнымалы кейстерінің жұбының ретін басқа айнымалы кейстерінің жұбымен болжауда қатені 27%-ға азайтатын (екінші айнымалыға назар аудармай, қарама-қарсы тәртіпте болжау) PRE логикасын қолданамыз. Сондай-ақ 11.5 және 11.8-кестелерге ұқсас форматта гамма күшін түсіндіру үшін 11.2-кестені пайдаланамыз. Бұрынғыдай, дескриптивті терминдер еркін қолданылады және тек жалпы нұсқаулар ретінде қарастырылады. +0.27 гаммасы күші жағынан әлсізден қалыптыға қарай дегенді білдіреді.

11,12-кесте Ассоциацияның реттік деңгейдегі өлшемдері үшін қарым-қатынастың күшін түсіндіру жөніндегі нұсқау



Ассоциация өлшемдері	Күші
Егер мән болса	Қарым-қатынастың күші болады
0,00 мен 0,30 арасында	Әлсіз
0,61 мен 0,30 арасында	Қалыпты
0,60 - тан көп болса	Күшті

Бағыт термині тұрғысынан, бұл оң қатынас болып табылады: қызмет мерзімі ұзарған сайын қажу да артады. Екі мұғалімнің қызметтік мерзімінің ұзақтығы бойынша рейтингісін білу (Келлидің қызметтік мерзімінің ұзақтығы Джонсқа қарағанда көбірек) олардың қажу рейтингісін болжауымызға көмектеседі (біз Келли жұмыстан қажуы жағынан да Джонсқа қарағанда жоғары болатынын болжайтын боламыз).

Сондай-ақ, біз қарым-қатынас бағытын талдауға көмектесетін бағанның пайыздардық көрсеткіштерін пайдалануымыз керек. Оң қарым-қатынаста, жоғары баллдар жоғары баллдармен және төменгі баллдар төменгілерімен кластерленеді. Осылайша, 11,11-кестеде көрсетілгендей, кейстердің жоғарғы сол жақтан төменгі оң жаққа қарай диагональмен түсуі байқалады. Теріс қатынастарда, бір айнымалы бойынша жоғары баллдар басқа айнымалының төменгі баллдарымен ассоциациялы болады, ал кейстер төменгі сол жақтан оң жаққа қарай диагональмен жылжиды.

Ақыр соңында, күш пен бағыт екі түрлі нәрсе екенін ескеріңіз. Яғни – 0.35 гаммасы + 0.35 гамма секілді күшті, бірақ кері бағытта болып табылады.

Лямбдадан айырмашылығы, гамма – ассоциацияның симметриялық өлшемі. Қайсы айнымалы тәуелсіз ретінде қабылданатынына қарамастан, оның мәні бірдей болады.

Гамманы есептеудің орындалуын бекіту үшін келесі қадамдарды орындаймыз.

Рет-ретімен орында	Гамманы есептеу
<i>Кесте бағандар солдан оңға қарай жоғарылап, ал жолдар жоғарыдан төменге дейін жоағарылайтындай қылып орналастырылғанына көз жеткізіңіз.</i>	
<b>Реті</b>	<b>Орындалуы</b>
1.	Ns мәнін есептеу үшін жоғарғы сол жақ ұяшықтан бастаңыз. Ұяшықтағы кейстердің санын төмендегі және оң жақтағы барлық ұяшықтардағы мәндер санына көбейтіңіз. Осы процесті кестенің әрбір ұяшығы үшін қайталаңыз. Төменде және оң жақта ұяшықтары жоқ ұяшықтар Ns -ке үлес қоса алмайды.
2.	Nd есептеу үшін жоғарғы оң жақ ұяшықтан бастаңыз. Ұяшықтағы кейстердің санын төмендегі және сол жақтағы барлық ұяшықтардағы мәндер санына көбейтіңіз. Осы процесті кестенің әрбір ұяшығы үшін қайталаңыз. Төменде және сол жақта ұяшықтары жоқ ұяшықтар Nd -ға үлес қоса алмайды.
<i>11.4-формуланы шешу үшін</i>	
3.	Ns мәнінен Nd мәнін шегеріңіз.
4.	Ns мәніне Nd мәнін қосыңыз.
5.	3-қадамда тапқан мәнді 4-қадамда тапқан мәнге бөліңіз. Шыққан сан – гамма болады.

## Гамманы интерпретациялау

Күшті интерпретациялау үшін

### Орындалуы

Күшті жалпы терминдермен сипаттау үшін 11,12-ші кестені пайдаланыңыз.

Гамманы 100-ге көбейтіңіз. Бұл мән тәуелсіз айнымалы мәнді ескере отырып, тәуелді айнымалыны болжаудың пайыздық көрсеткішінің артуын білдіреді.

Күшті интерпретациялау үшін

1. Гамма белгісі бағытты білдіреді. Дегенмен, бағытты реттік айнымалылармен интерпретациялау кезінде абай болыңыз. Бұл айнымалылар үшін кодтау ерікті болып табылады және оң гамма қарым-қатынастарды



теріс те керісінше де көрсете алады. «Реттік-деңгейлі айнымалылармен бағытты интерпретациялау» деген боксты қараңыз.

2. Әрқашан бағанның пайыздық көрсеткішін ескеріңіз. Егер пайыздық көрсеткіштер сол жақтан төменгі оң жаққа қарай диагональмен түссе қарым-қатынас оң болады. Егер диагональмен төменгі сол жақтан жоғарғы оң жаққа қарай жылжыса, қарым-қатынас теріс болады.

## Rho (rs) Спирман

**Спирменнің Rho (rs) корреляциясы** - реттік деңгейдегі айнымалылар үшін ассоциация өлшемі, бұл көптеген әртүрлі баллдардың ауқымы (range) мен кез-келген айнымалы кейстері арасындағы аз байланыстар. Реттік деңгейдегі айнымалыларға сәйкес келетіндей, Rho (rs) Спирман баллдардың өзінен емес, баллдардың ранкінен (rank) есептеледі. Біріншіден, кейстер әр айнымалы бойынша жоғарыдан төменге дейін ранктеледі, содан кейін ранктер соңғы өлшемді шығару үшін пайдаланылады. 11,14-ші кесте айнымалылардың екеуіндегі кейстердің бастапқы баллдары мен ранктелулерін көрсетеді.

**Спирменнің Rho (rs) корреляциясын есептеу.** Кейстерді ранктеу үшін алдымен әрбір айнымалыдағы ең жоғарғы баллды табыңыз да, оған 1 деген ранк тағайындаңыз. Уэнди X (18) бойынша жоғары балл алады және осылайша 1-ші ранкке ие болады. Дебби, керісінше, Y бойынша ең жоғары болып табылады және ол осы айнымалыда бірінші болып ранктеледі. Қалған барлық кейстер кему тәртібімен ранктелген.

11,13-кесте Жүгіруге қатысуы және өзін-өзі бағалаудағы баллдар

Жүгіруші	Жүгіруге қатысуы (X)	Өзін-өзі бағалауы (Y)
Уэнди	18	15
Дебби	17	18
Филлис	15	12
Стэйси	12	16
Евелин	10	6
Трэйсиа	9	10
Кристи	8	8
Пэтси	8	7
Марша	5	5
Линн	1	2

11,14-кесте Rho (rs) Спирманды есептеу.

Жүгіруші	Жүгіруге қатысуы (X)	Ранг	Өзін-өзі бағалауы (Y)	Ранг	D	D <sup>2</sup>
Уэнди	18	1	15	3	-2	4
Дебби	17	2	18	1	1	1
Филлис	15	3	12	4	-1	1
Стэйси	12	4	16	2	2	4
Евелин	10	5	6	8	-3	9
Трэйсиа	9	6	10	5	1	1
Кристи	8	7,5	8	6	1,5	2,25
Пэтси	8	7,5	7	7	0,5	0,25
Марша	5	9	5	9	0	0
Линн	1	10	2	10	0	0
					$\Sigma D = 0$	$\Sigma D^2 = 22,5$

Егер кейстердің саны бірдей болса, олар байланбағандай болғандағы пайдаланатын ранктердің орташа мәнін тағайындаңыз. Кристи мен Пэтсиде қатысуы бойынша 8 баллдан бар. Егер олар байланбаған болса, онда олар 7 және 8-ші ранктерді иемденген болар еді. Бұл екі ранктің орташа саны 7,5-ке тең, бұл орташа барлық байланған жағдайларға тағайындалады. (Мысалы, егер Марша 8 ранкке ие болса, онда үш ранктер -7, 8 және 9-ді байланған болар еді де барлық үш байланған кейстерге 8-ші ранк берілетін еді.)



Rho (rs) Спирманның формуласы болады

11,15-формула

$$r_s = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$$

мұнда,  $\sum D^2$  = ранктердегі айырмашылықтардың квадраттарының қосындысы  
«Рет-ретімен орында» қосымшасынан Спирменнің rho (rs) корреляциясын есептеу бойынша егжей-тегжейлі нұсқауларды оқып алыңыз. Біздің іріктемедегі есеп үшін:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6(22.5)}{10(100-1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{135}{990}$$

$$r_s = 1 - 0.14$$

$$r_s = 0.86$$

Rho (rs) Спирманды интерпретациялау. Rho (rs) Спирман - бұл айнымалылар арасындағы ассоциация күшінің индексі және 11,12-кестеде келтірілген нұсқаулықтармен интерпретациялануы мүмкін. Қарым-қатынастың бағыты статистиканың белгісі арқылы көрсетіледі. Оң мән бұл жағдай екі айнымалылардағы кейстер бірдей тәртіпте ранктеліп жатқанын білдіреді, ал теріс мән олардың кері тәртіпте ранктелгенін білдіреді.

Біздің мысалдағы мәселеде Rho Спирманның 0,86 көрсеткіші осы екі айнымалылардың арасындағы күшті, оң қарым-қатынастарды білдіреді. Жүгіруге өте жоғары деңгейде қатысатын респонденттер сондай-ақ өз-өзін бағалауда да жоғары ранктелген. Бұл нәтижелер жүгірудің психологиялық тұрғыдан пайдасына қатысты тұжырымдарды қолдайды.

Егер rho мәні квадратталған болса, онда статистика PRE-ның логикасымен түсіндіріле алады. Rho квадраты ( ) басқа айнымалы мәнді елемей болжаумен салыстырғанда, бір айнымалы мән бойынша ранкті басқа айнымалы ранкі арқылы болжау кезінде болжау қателерінің пропорционалды азаюын білдіреді.

Біздің мысалда  $r_s = 0.86$  және  $r^2 = 0.74$ . Осылайша, өзін-өзі бағалау ранкін болжау үшін жүгірумен айналысу ранкін пайдаланған кезде, болжам қателіктеріміз 74%-ға азаяды.

Rho Спирманды есептеудің орындалуын бекіту үшін келесі қадамдарды орындаймыз.

Рет-ретімен орында	Спирманның Rho корреляциясын есептеу
<b>Реті</b>	<b>Орындалуы</b>
1.	Есептеулерді ұйымдастыру үшін 11.14-кесте сияқты есептеу кестесін орнатыңыз.
2.	Сол жақтағы ең бірінші бағанда, ең алдымен, тәуелсіз айнымалыдағы (X) жоғарғы балды кейстен бастап кейстерді тәртіппен тізімдеңіз.
3.	Келесі бағанда X бойынша әрбір кейсті ранк бойынша орналастырыңыз, ең жоғарғы балл үшін 1-ранк беріп бастаңыз. Егер кейбір кейстердің балдары бірдей болса, онда олар байланбағандай болғандағы пайдаланатын ранктердің орташа мәнін тағайындаңыз.
4.	Келесі бағанда Y бойынша балдарды келтіріп, содан кейін жаңа бағанда кейстерді Y бойынша жоғарыдан төмен қарай ранктеңіз. Y бойынша ең жоғарғы балға 1 деген ранк тағайындаңыз. Кез келген байланған кейстерде, олар байланбағандай болғандағы пайдаланатын ранктердің орташа мәнін тағайындаңыз.
5.	Әрбір кейс үшін X бойынша ранктен Y бойынша ранкті шегеріп, жаңа бағанға айырмашылықты жазыңыз (D). Бұл бағанның қосындысы нөлге тең болуы керек. Егер олай болмаса, сіз қате жібердіңіз, сондықтан оны қайта есептеу қажет.
6.	Әрбір D мәнін квадраттаңыз, содан соң оның нәтижесін жаңа бағанға жазыңыз. D2 табу үшін оған баған қосыңыз, содан соң ол мәнді 11.5-формулаға салыңыз.





*11.5-формуланы шешу үшін:*

1.	$D^2$ -ні 6-ға көбейтіңіз.
2.	$N$ -ды квадраттап, содан соң нәтижеден 1-ді алып тастаңыз.
3.	2-қадамда шыққан санды $N$ -ге көбейтіңіз.
4.	1-қадамда тапқан санды 3-қадамда шыққан санға бөліңіз.
5.	4-қадамда шыққан санды 1-ден алып тастаңыз.

### **Rho Спирманды интерпретациялау қадамдары**

Күшті интерпретациялау үшін:

1. Күшке жалпы мағынада сипаттама беру үшін 11,12-ші кестесін пайдаланыңыз.
2. Rho мәнін квадраттап, оны 100-ге көбейтіңіз. Бұл мән тәуелді айнымалы мәнді ескере отырып, тәуелді айнымалыны болжауымыздағы пайыздық көрсеткіштің артуын білдіреді.

Бағытты интерпретациялау үшін:

1.  $r_s$  белгісін қолданыңыз. Бағытты реттік деңгейдегі айнымалылармен интерпретациялау кезінде абай болыңыз. Есіңізде болсын, бұл айнымалыны кодтау схемалары ерікті болып табылады және оң  $r_s$  шынайы қарым-қатынастың теріс екенін де, сондай-ақ керісінше де көрсетуі мүмкін.

### **Түйін**

Ассоциация өлшемдері елеулілік тестілеріне қосымша болып табылатын ақпаратты ұсынады.

1. Бивариативті кестелер мен әртүрлі статистиканы қоса алғанда, айнымалылардың арасындағы ассоциацияларды талдау үшін бізде түрлі құралдар бар. Біз осы құралдарды қарым-қатынастың бар-жоқтығы, күші, үлгісі немесе бағытына қатысты үш сұраққа жауап беру үшін қолданамыз.
2. Phi, V Statist және лямбда номиналды айнымалылар үшін ассоциация өлшемдері және олардың әрқайсысы нақты бір жағдайға сәйкес келеді. Бұл статистикалар тек қарым-қатынастың күшін көрсетеді. Қарым-қатынастың үлгісі бағанның пайыздық көрсеткішін тексеру арқылы анықталуы мүмкін.
3. Гамма мен rho Спирман - тиісінше күйреген және жалғасымды реттік деңгейдегі айнымалылардың ассоциация өлшемдері. Олар қарым-қатынастың күші мен бағытының екеуін де көрсетеді.