



2-дәріс



ҚАЗАҚСТАННЫҢ  
АШЫҚ  
УНИВЕРСИТЕТІ

# СТАТИСТИКА НЕГІЗДЕРІ

Математика негіздеріне шолу





Ал бүгінгі тақырыбымызды бастамас бұрын бірқатар статистикалық мәлімдемелерге көз жүгіртіп өтелік: БҰҰ мәліметтері бойынша, әлемдегі халықаралық мигранттардың саны 2017 жылы 258 миллионға дейін жетті, жер шарының жалпы халқының 3,4 пайызы өз елдерін тастап кеткен. Қазақстанда 2017 жылы ресми статистика бойынша 18 миллион 016 мың адамның 0,12% елден кетіп қалған

[https://forbes.kz/stats/zdravstvuy\\_iproschay\\_1528609049/](https://forbes.kz/stats/zdravstvuy_iproschay_1528609049/)

Айтылған деректердің қалай жинақталатыны, өңделетіні және интерпретацияланатыны туралы бізге статистика толықтай мағлұмат береді.

Олай болса статистика негіздері бойынша онлайн курсымыздың 2-дәрісіне қош келдіңіздер. Сіздермен бүгін математика негіздеріне шолу жасаймыз.

Тақырып аясында келесі мәселелерді көңіл бөлінеді:

1. Деректерді өңдеуде компьютерлер мен калькуляторларды пайдалану
2. Статистикадағы айнымалылар мен символдар
3. Математикалық операциялардың (немесе амалдардың) түрлері
4. Математикадағы дәлдік пен дөңгелектеу
5. Формулалар, күрделі амалдар мен амалдар реті

Әлеуметтік ғылымдардағы зерттеулерде статистика бойынша алғашқы түсінікті қалыптастыратын БҰЛ КУРС есептеуге айтарлықтай екпін түсірмейді дегенді естігенде қуануыңыз мүмкін. Мұнда жұмыс жасау үшін көптеген сандар мен есептерді шешуге арналған формулаларға маңыз беріледі. Сонымен қатар зерттеу сұрағына эмпириялық тұрғыда жауап беруде - логикаға көңіл бөлінеді. Курс барысында мысалға алынған тапсырмалар мен үй тапсырмалары статистиканы өз бетімен түсінуде кедергі келтірмейтіндей етіп әдейі жеңілдетілгенін байқайсыз.

Екінші жағынан, бұл жерде бірқатар арифметиканың кездесетінін байқағанда, көңіліңіз түспесін, өйткені егер осы материалды меңгергіңіз келсе, арифметиканы айналып өту мүмкін емес. Араларыңызда математиканы өтпегендер де кездесуі мүмкін. Кейбіреулер еш жағдайда математиканы меңгере алмаймын деп өздерін сендіріп тастауы да ықтимал, ал енді біріңіз математиканы ұмытып немесе көптен бері қолданбағандықтан, ешқандай дағдыңыздың болмауы да мүмкін. Барлығыңыз, бір қарағанда, күрделі және қорқынышты болып көрінетін математикалық есептерді бірнеше қарапайым амалдарға бөліп тастауға болатынын көресіз. Егер сіз осы амалдардың кейбірін ұмытып қалсаңыз немесе олармен таныс болмасаңыз, бұл курсқа кіріспе дәріс сізге есеп шығаруда қажетті дағдыларды жеңілдету үшін ұсынылып отыр. Оның үстіне, әрі қарай курс барысында математика бойынша мәселелер түсініксіз болса, сіз осы кіріспе дәріске қайтадан оралуыңызға болады.

## **Енді біз деректерді өңдеу құралдарына қысқаша тоқталып өтеміз, атап айтқанда әңгіме компьютерлер мен калькуляторлар туралы болмақ.**

Калькулятор – статистика үшін ауадай қажет құрал. Тіпті оның ең қарапайым, арзан үлгісі сіздің уақытыңыз бен күш-жігеріңізді үнемдейді, сондықтан сөзсіз, ол сатып алуға тұрарлықтай. Дегенмен, жадысы бар және озық бағдарламалармен жабдықталған, әсіресе арифметикалық орта мен стандартты девиацияны автоматты түрде есептейтін калькулятор алған жөн. Мұндай мүмкіндіктері бар калькуляторлардың компьютерге қарағанда бағасы да қолжетімді болуы тиіс, оларды меңгеру де қиын емес.

Сонымен қатар, сіздің статистикалық және зерттеу мүмкіндіктеріңізді одан әрі жетілдіретін бірнеше компьютерленген статистикалық бағдарламалар бар. Олардың ішінде ең кең тарағаны – SPSS – әлеуметтік сала ғылымдарына арналған статистикалық бағдарлама. SPSS сияқты статистикалық бағдарламалар – ең жетілген, қолмен есептеуге арналған, калькуляторға қарағанда бірнеше есе мықтырақ болып келеді. Сәйкесінше мұндай бағдарламалардың сіздің уақытыңыз бен күш-жігеріңізді үнемдеуі, оларды пайдалануға тұрарлықтай дер едім.

SPSS біздің курс барысында пайдаланып отырған оқулықтың соңындағы F аппендиксінде және барлық тараулардың ішінде бар. мысалы, оқулықтағы әр тарауда қарастырылған статистиканы есептеуде SPSS бағдарламасын рет-ретімен қолдану жолдары көрсетіледі. Тараудың соңында бағдарламаны пайдалануды талап ететін тапсырмалар бар. Одан басқа, барлық тараулардың соңындағы «Зерттеу тапсырмасы» деп аталатын қосымшасы SPSS-ті пайдалану мүмкіндігін береді.



Сізге статистиканы есептеуде минимум уақыт пен күш жұмсауды талап ететін басқа да бағдарламалар бар. Тіпті Microsoft Office-тің барлық нұсқаларында кездесетін, кең қолданысқа ие Microsoft Excel-дің де бірқатар статистикалық мүмкіншіліктері жетеді. Бұл бағдарламалардың барлығын үйрену үшін күш салу қажет, бірақ нәтижелері – қайталаймын, соған тұрарлық.

Осы ойымды қорытындылай келе, сіз қарапайым есептеуден жалықпас/зерікпес үшін – калькулятор мен бағдарлама мәселесін курстың басында шешіп алуыңыз қажет. Бұл сіздің статистиканың және жалпы әлеуметтік зерттеудің мәні бойынша түсінігіңізді арттыруда максималды күш жұмсауға мүмкіндік береді.

## Енді статистикадағы жиі пайдаланатын негізгі ұғымдардың келесісі - Айнымалылар мен символдар

Статистика – айнымалыларды сипаттау, талдау және өңдеу әдістерінің жиынтығы. Айнымалы – әр кейс сайын және әр уақыт сайын мәні өзгеріп отыратын белгі. Жалпы айнымалы ұғымы статистика мен әлеуметтік ғылымдарға математикадан енген ұғым.

Айнымалылардың мысалы ретінде биіктік, салмақ, биліке деген қарым-қатынас, қоғамдағы теріс/жаңсақ пікір деңгейін алуға болады. Айнымалының ықтимал/мүмкін болатын мәндері немесе шамалары сандар үлгісінде болуы мүмкін, мысалы, кіріс немесе салыстырмалы түрде аз болуы да мүмкін (мысалы, гендер/жыныс).

Жалпы айнымалыларды немесе қандай да бір нақты айнымалыны белгілеу үшін көбінесе символдар пайдаланылады. Әдетте, бұл  $X$  әрпімен белгіленеді.

Кейде айнымалының нақты мәнін немесе мәндер жиынын қарастыруымыз керек болады. Бұл көбіне төменгі индекстер көмегімен жүзеге асады. Осылайша  $X_1$  символы (« $X$ -sub-one» деп оқылады) шамалар жиынындағы бірінші шамаға тиесілі,  $X_2$  (« $X$ -sub-two») екінші шамаға және т.с.с. Сонымен қатар, жиындағы барлық шамаларды белгілеу үшін  $i$  индексын қолданамыз. Осылайша,  $X_i$  (« $X$ -sub- $i$ ») символы берілген айнымалыға қатысты барлық шамаларды (мысалы, белгілі бір сыныптың сынақ бағалары) білдіреді.

## Ал осы айнымалылар мәндерін немесе деректерді өңдеу үшін біз – амалдардарға жүгінеміз

Барлығымыз негізгі төрт математикалық амал – қосу, азайту, көбейту және бөлуді білеміз, оларды белгілейтін стандартты символдармен де (+, -, , ÷ оларды белгілеу үшін қолданылған) таныспыз. Еске сала кетейін, көбейту және бөлу түрлі жолмен көрсетілуі мүмкін. Мысалы,  $a$  санын  $b$  санына көбейту (кем дегенде) алты түрлі жолмен көрсетілуі мүмкін, олардың нұсқасы экранда:

$a b$   
 $a b$   
 $a * b$   
 $ab$   
 $a(b)$   
 $(a)(b)$

Курс аясында көбейтуді белгілеуде көбінесе «іргелес символды» форматтарды (яғни,  $ab$ ), дәстүрлі белгі ( $\times$ ) немесе іргелес жақшаларды пайдаланамыз. Көптеген калькуляторлар мен компьютерлерде жұлдызша ( $*$ ) – көбейту символы.

Бөлу амалы да әртүрлі жолмен таңбаланады. біз бөлу амалы үшін стандартты символмен қатар, көрсетілген екі әдісті қолданамыз:

$a/b$  немесе  $\frac{a}{b}$

Кейбір формулалар санның квадратын табуды талап етеді. Мұны орындау үшін санды өзіне өзін көбейтеміз. Бұл операция  $X^2$  деп белгіленеді (« $X$  квадрат» деп оқылады), бұл  $(X)(X)$  өрнегімен бірдей. Егер  $X$ -тің мәні 4 болса, онда

$$X^2 = (X)(X) = (4)(4) = 16$$



немесе «4-тің квадраты 16-ға тең» деп айта аламыз.

Санның квадрат түбірі – өзіне өзін көбейткендегі бастапқы сан. Осылайша, 16-ның квадрат түбірі 4 болады, себебі  $(4)(4)$  көбейткенде 16-ға тең. Квадрат түбірін табу операциясы экранда бейнеленген

$$\sqrt{X}$$

Сізге таныс болуы тиіс соңғы операция – қосу немесе нақты айнымалыға қатысты шамалардың қосындысы. Формула бірнеше шамалардың қосындысын талап еткенде, бұл операция әдетте  $\sum X_i$  деп белгіленеді. Бас әріппен жазылатын грек әрпі сигма (« $\Sigma$ ») қосуды білдіреді. Сөйтіп  $\sum X_i$  символдарының комбинациясы «барлық шамалардың қосындысын» білдіреді және осы айнымалы үшін барлық шамаларды қосуға бағыттайды. Егер төрт адамның отбасыларының көлемі 2, 4, 5 және 7 болса, осы айнымалы үшін 4 шаманың қосындысы былай өрнектеледі:

$$\sum X_i = 2 + 4 + 5 + 7 = 18$$

$\Sigma$  – “+” және “-” белгілері сияқты математикалық белгі. Ол  $X$  символымен белгіленген айнымалылардың барлық шамаларын бір-біріне қосуды меңзейді.

Қосудың тағы екі түрлі кең қолданылатын белгісі бар, олар бір қарағанда, бұрын қолданылған символдардан айтарлықтай айырмашылығы жоқ. Бұл әртүрлі мәндерге мұқият назар аударсаңыз қателеспеуіңіз керек.

Бірінші кең қолданыстағы таңбалар жиыны -  $\sum X_i$  квадрат, бұл «квадратталған шамалардың қосындысын» білдіреді. Бұл сан алдымен шамалардың әрқайсысының квадраты, содан кейін квадратталған шамалардың қосындысы.

Екінші кең қолданыстағы таңбалар жиыны –  $(\sum X_i)^2$  квадрат, бұл «шамалар қосындысының квадратын» білдіреді. Бұл сан алдымен шамалардың қосындысы, содан кейін сол қосындының квадраты.

Айтып отырған айырмашылық бір қарағанда түсініксіз болуы мүмкін, сондықтан мәселені анықтап алу үшін мысал келтіріп көрелік. Бізде мына шамалар жиыны бар дерлік: 10, 12 және 13. Осылайша

$$X_i = 10, 12, 13$$

Бұл шамалардың қосындысы:

$$\sum X_i = 10 + 12 + 13 = 35$$

Квадратталған шамалардың қосындысы:

$$\sum X_i^2 = (10)^2 + (12)^2 + (13)^2 = 100 + 144 + 169 = 413$$

Мұндағы амалдар ретіне мұқият назар аударыңыз. Бірінші шамалар бірінен соң бірі квадратталады, одан кейін квадратталған шамалар бір-біріне қосылады. Бұл – әрі қарай келтірілетін шамалар қосындысының квадратына қарағанда мүлдем басқа: ол да экранда бар

$$(\sum X_i)^2 = (10 + 12 + 13)^2 = (35)^2 = 1225$$

Бұл санды анықтау үшін алдымен барлық шама қосылады, содан кейін сол қосынды квадратталады. Шамалар қосындысының квадраты (1225) пен квадрат шамалардың қосындысы (413) – екеуі екі түрлі нәрсе.

Сөзімді қорытындылай келе, таңбалар жиынының әрқайсысымен байланысты операциялар экрандағыдай белгіленеді:

Таңбалар	Операциялар
$\sum X_i$	Шамаларды қос.
$\sum X_i^2$	Бірінші шамаларды квадратта, одан кейін квадратталған шамаларды бір-біріне қос.
$(\sum X_i)^2$	Бірінші шамаларды қос, содан кейін сол қосындыны квадратта.



## Енді тоқталып өтетін келесі мәселеміз – теріс сандармен жұмыс істеу.

Сандар ОҢ (егер оның алдында + таңбасы немесе ештеңе де болмаса) және ТЕРІС (егер оның алдында - таңбасы) болуы мүмкін. Оң сандар – 0-ден үлкен, ал теріс сандар – 0-ден кіші. Таңбаларды қадағалап отыру керек, өйткені ол жоғарыда айтқан әрбір математикалық амалдың нәтижесіне әсер етіп отырады. қазір біз теріс сандармен жұмыс істеуде маңызды ережелерді қысқаша түйіндеп өтеміз.

Бірінші, теріс сандарды қосу – азайту амалымен бірдей. Мысалы,

$$3 + (-1) = 3 - 1 = 2$$

Екінші, азайту теріс сандардың таңбасын өзгертеді:

$$3 - (-1) = 3 + 1 = 4$$

Бұл жерде таңбаларды мұқият қадағалап отырудың маңыздылығын ескеріңіз. Егер екінші есептегі теріс санның таңбасын өзгертуді ескермеген болсаңыз, жауап қате шығады.

Бөлу мен көбейту үшін теріс және оң сандардың түрлі комбинацияларын білуіңіз қажет. Барлық оң сандар жағдайын елемейміз, ол ықтимал комбинацияларға ешқандай әсер етпейді. Теріс санды оң санға көбейтсек, нәтижесі теріс мән болады:

$$\begin{aligned}(-3)(4) &= -12 \\(3)(-4) &= -12\end{aligned}$$

Теріс санды теріс санға көбейту үнемі оң нәтиже береді:

$$(-3)(-4) = 12$$

Бөлу де дәл осылай жүзеге асады. Егер есепте теріс сан болса, жауабы да теріс болады. Ал егер екі сан да теріс болса, жауап оң сан болады. Демек:

$$\begin{aligned}-4/2 &= -2 \\ \text{Және} \\ 4/-2 &= -2 \\ \text{Бірақ} \\ -4/-2 &= 2\end{aligned}$$

Теріс сандардың квадрат түбірі болмайды, себебі санды өзіне-өзін көбейткенде теріс мән болуы мүмкін емес. Теріс сандарды квадраттау үнемі оң мәнге ие болады (ол үшін жоғарыдағы көбейту ережелерін қараңыз).

## Дәлдік пен дөңгелектеу

Енді, есептеу барысында туындайтын мәселелер қатарына дәлдік пен дөңгелектеуді жатқызуға болады. Адамдар дәлдіктің түрлі деңгейімен жұмыс істейді, сондықтан тек осы себеп үшін ғана есептердің жауаптары әртүрлі болуы мүмкін. Бұл өте маңызды, өйткені егер сіз белгілі бір дәлдік деңгейінде жұмыс жасасаңыз, мен (немесе сіздің оқытушыңыз, әріптесіңіз) басқа деңгейде жұмыс жасауым мүмкін, сәйкесінше біздің жауаптарымыз, кем дегенде, бір-бірінен сәл өзгеше болуы мүмкін. Кейде Сіз өзіңізге қажеттінің барлығын есептеулер немесе түрлі тәсілдер арқылы дөңгелектеп болғаннан соң, қате жауап алдым деп ойлауыңыз мүмкін.

Мұнда екі мәселе бар: қашан дөңгелектеу және қалай дөңгелектеу. мақсатымыз – калькулятор немесе статистикалық бағдарлама сияқты дәлдікпен немесе нақтылықпен жұмыс істеп, тек ең соңында екі бірлікке/шамаға/орынға дейін (екі бірліктен кейін немесе ондықты білдіретін үтірден оң жаққа қарай) дөңгелектеу. Егер есептелген сан ұзақ және орташа не аралық сомаларды есептеуді талап етсе, онда біз аралық сомаларды екі орынға дейін дөңгелектейміз.

Қалай дөңгелектеу мәселесіне тоқталатын болсақ, сақтап қалғыңыз келетін соңғы санның оң жағындағы санға назар аударыңыз. Егер сіз 100-ші орынға дейін (үтірден кейін екі орын) дөңгелектегіңіз келсе, онда



1000-шы орынның сандық мәніне қараңыз (үтірден кейін үш орын). Егер бұл сан 5 немесе одан артық болса, онда жоғарыға қарай дөңгелектеңіз. Мысалы, 23,346-ны 23,35 деп дөңгелектеуге болады. Ал егер оң жақтағы сан 5-тен кем болса, онда төменге қарай дөңгелектеңіз. Сөйтіп, 23,343-ті 23,34 деп аламыз.

Дөңгелектеудің ережелерін пайдалануды көрсететін тағы да қосымша мысалды қарастырайық. Егер сіз тест шамалары жиынындағы арифметикалық ортаны есептегенде сіздің калькуляторыңыз 83, 459067 деген соңғы мәнді көрсетіп, ал сіз оны екі орынға дөңгелектегіңіз келсе, үтірден үш орыннан кейінгі санға қараңыз. Бұл жағдайда ол – 9 (5-н артық), онда біз үтірден кейінгі екінші санды жоғарыға қарай дөңгелектеп, 83,46 деп бере аламыз. Ал егер бұл мән 83,453067 болған жағдайда, біздің соңғы нәтижеміз 83,45 болар еді.

## Формулалар, күрделі амалдар мен амалдар реті

Математикалық формулалар – нақты статистиканы есептеу үшін символдармен берілген нұсқаулықтар жиынтығы. Формуланың шешімін табу үшін ондағы символдардың орнын нақты мәндермен алмастыру арқылы есептер шығаруыңыз тиіс. Тіпті ең күрделі формуланың өзін ондағы амалдарды бірнеше шағын қадамдарға бөлу арқылы қарапайым етіп алуға болады.

Ал мұндай қадамдар арқылы жұмыс жасау математикалық амалдардың жалпы процедуралары мен негізгі ережелері бойынша білімді талап етеді. Өйткені сіздің есебіңіздегі амалдардың реті қорытынды жауабыңызға әсер етуі мүмкін. Мына өрнекке назар аударыңыз:

$$2 + 3(4)$$

Егер сіз алдымен қосатын болсаңыз, онда нәтиже

$$5(4) = 20$$

Егер алдымен көбейтсеңіз, онда нәтиже

$$2 + 12 = 14$$

болады.

Сондықтан есептердегі амалдар ретін дұрыс орындау – өте маңызды.

Басымдықтың негізгі ережелеріне сай алдымен квадрат және квадрат түбірі анықталады, кейін барлық көбейту және бөлу амалдары, ал ең соңында қосу және азайту амалдары орындалады. Ендеше, келесі өрнекке назар аударайық:

$$8 + 2 * 22 / 2$$

оның шешімі келесідей:

$$8 + 2 * 4/2 = 8 + 8/2 = 8 + 4 = 12$$

Негізгі ережелерде жақшалар да берілуі мүмкін. Жоғарыда айтылған ережелерден бұрын жақшаның ішіндегі амалдарды орындаңыз. Бұл оқулықтағы формулалардың көбі үшін есептеу реті жақшалармен бақыланып отырады.

Келесі өрнек:

$$8+2 - 4/(5 - 1)$$

Жақшадағы амалдар былай орындалады:

$$(8 + 2) - 4 / (5 - 1) = (10) - 4/4 = 10 - 1 = 9$$

Осы оқулықта кездесетін формулалардың соңғы амалдары – бөлшек саннан құралған өрнектер. Мұндай жағдайда бірінші бөліміндегі бөлшекті, одан кейін бөлуді орындаңыз. Мысалы,



$$(15 - 9)/6/2$$

Былай есептеледі

$$(15-9)/6/2 = 6/3 = 2$$

Күрделі өрнектер кездескенде уайымдамаңыз. Егер сіз сабырлық сақтап, жақшадағы өрнектерден бастап, барлығын рет-ретімен жасасаңыз, тіпті ең күрделі деген формулалардың өзін меңгеруге болады.

Берілген материалды толық меңгеру және пайдалану мақсатында оқулықтағы тарау соңындағы тапсырмаларды орындап, жаттықаныңыз дұрыс.

Осымен бүгінгі дәрісіміз аяқталады, назар қойып тыңдағандарыңыз үшін алғыс білдіремін.